

## Cours : Concept de charge utile

### 1. Définition et enjeux :

- La charge utile ( $m_{CU}$ ) désigne la masse transportée par une fusée qui n'est pas essentielle à son fonctionnement (exemples : satellites, instruments scientifiques, charges commerciales).
- La performance d'une fusée est fortement influencée par le rapport entre la masse totale au lancement ( $m_i$ ) et la charge utile ( $m_{CU}$ ) qu'elle peut emporter.
- L'objectif principal de la conception d'une fusée est de maximiser  $m_{CU}$  tout en respectant les contraintes de coût, de sécurité et de mission.

### 2. Loi de Tsiolkovski : L'équation de Tsiolkovski établit une relation fondamentale entre :

$$\Delta v = v_e \ln \frac{m_i}{m_f}$$

où :

- $\Delta v$  : variation de vitesse requise pour accomplir une mission (orbite, transfert interplanétaire, etc.).
- $v_e$  : vitesse d'éjection des gaz propulsifs, définie par le type de moteur utilisé.
- $m_i$  : masse initiale totale (fusée complète au lancement).
- $m_f$  : masse finale après l'expulsion du carburant, incluant la structure et la charge utile.

La relation  $\Delta v = v_e \ln \frac{m_i}{m_i - m_{CU}}$  montre comment la charge utile influe sur les performances.

### 3. Optimisation :

- Améliorer  $v_e$**  : utiliser des moteurs avec une meilleure vitesse d'éjection, comme les moteurs cryogéniques ou les moteurs ioniques pour certaines missions.
- Réduire la masse structurelle ( $m_{structure}$ )** : choisir des matériaux avancés (alliages légers, composites) pour minimiser la masse de la fusée.
- Segmenter les étages** : une fusée multistade permet de se débarrasser progressivement des éléments inutiles pour maximiser l'efficacité.
- Adapter la mission** : concevoir la fusée en fonction du type de charge utile (petit satellite ou station spatiale) et de la destination (orbite basse, géostationnaire, ou interplanétaire).

### 4. Exemples concrets :

- Les fusées lourdes comme **Falcon Heavy** ou **Ariane 6** sont conçues pour transporter des charges utiles volumineuses et lourdes.
- Les lanceurs légers comme **Vega** ou **Electron** sont optimisés pour de petites charges utiles en orbite basse.
- Les moteurs ioniques offrent une efficacité élevée ( $v_e$  très grand) pour les missions où le temps n'est pas critique (ex. : exploration planétaire).

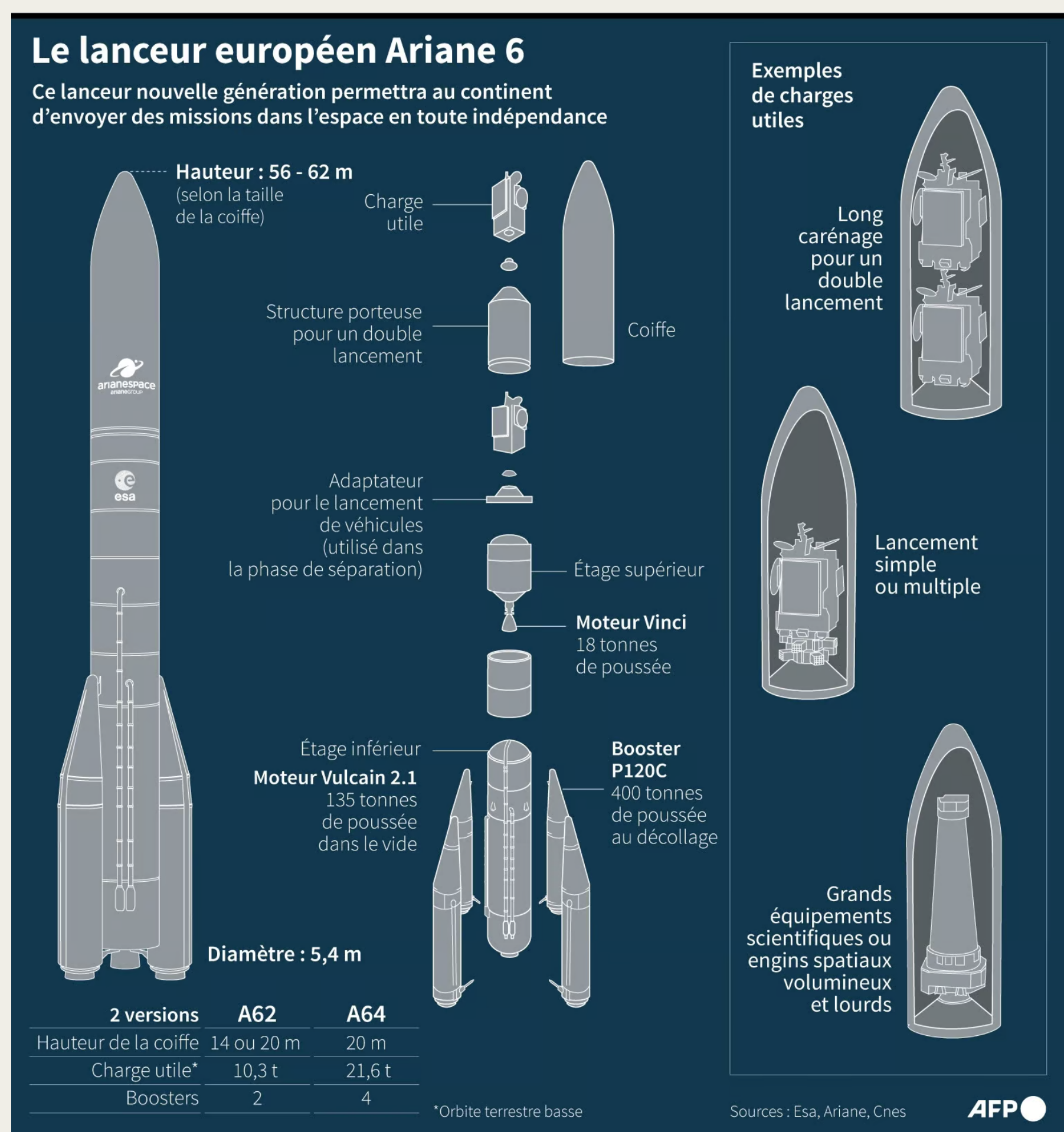


Figure 1. Illustration d'Ariane 6, le nouveau lanceur européen

## Expérience : Optimisation de la charge utile pour une fusée à eau

**Objectif** : L'objectif de cette expérience est d'optimiser la charge utile d'une fusée à eau afin d'obtenir la meilleure performance.

### Matériel nécessaire :

- Bouteilles en plastique (une découpée en deux pour la coiffe et une entière).
- Eau, pompe à air, règle.
- Haut de bouteille coupé (servant de coiffe).
- Objets divers à tester comme charge utile (petits poids, billes, etc.).

### Protocole :

- Préparer la fusée** : Réalisez une fusée à eau comme lors du TD2 ou du TD4.
- Placer la charge utile** : Placez des objets comme charge utile dans le haut de bouteille coupé fixé sur le dessus de la fusée. Testez différentes masses.
- Pressurisation et lancement** : Pressez la bouteille à l'aide de la pompe pour propulser l'eau et lancer la fusée.
- Mesurer la hauteur** : Estimez la hauteur maximale atteinte par la fusée.
- Ouvrir la coiffe** : Essayez de trouver comme faire pour que la coiffe s'ouvre d'elle-même.

**Analyse** : Comparez les résultats obtenus pour chaque charge utile. Identifiez la charge utile optimale. Le Défi RocketriX utilisera une électronique de vol comme charge utile. Son poids sera donc fixé.

## Aparté : Les orbites et leurs spécificités

### Orbites et rôles :

#### LEO (Low Earth Orbit) :

- Altitude** : 200 à 2 000 km.
- Rôles principaux** : Satellites d'observation, communication, constellations (ex. : Starlink), stations spatiales (ex. : ISS).
- Difficultés** : La résistance résiduelle de l'atmosphère nécessite des ajustements orbitaux réguliers. La traînée atmosphérique réduit la durée de vie des satellites.
- Exemples de fusées** : Vega (Europe), Falcon 9 (USA).

#### MEO (Medium Earth Orbit) :

- Altitude** : Environ 20 000 km.
- Rôles principaux** : Systèmes de navigation (ex. : Galileo, GPS), télédétection, télécom.
- Difficultés** : Les satellites doivent être précisément positionnés pour éviter les dérives, nécessitant des ajustements périodiques.
- Exemples de fusées** : Soyuz (Russie), Ariane 62 (Europe).

#### GEO (Geostationary Orbit) :

- Altitude** : Environ 35 786 km.
- Rôles principaux** : Télécommunications, météo, télévision (ex. : satellites Eutelsat, météorologiques).
- Difficultés** : L'insertion en orbite géostationnaire requiert une grande énergie ( $\Delta v$ ), et souvent un lancement en deux étapes. Cela nécessite un contrôle précis de l'orbite pour que le satellite reste à la même position relative à la Terre.
- Exemples de fusées** : Ariane 6 (Europe), Falcon Heavy (USA).

#### Orbites Interplanétaires :

- Altitude** : Variable selon la destination (Mars, Jupiter, etc.).
- Rôles principaux** : Exploration planétaire, missions d'observation spatiale (ex. : James Webb Telescope, Mars Sample Return).
- Difficultés** : Les manœuvres complexes comme les transferts de Hohmann (changement de trajectoire via l'utilisation de la vitesse d'éjection) et l'interaction avec les atmosphères des planètes rendent les missions longues et coûteuses.
- Exemples de fusées** : Ariane 6 (Europe), Atlas V (USA), Falcon Heavy (USA)

## Exercices pratiques

**Exercice 1 : Calcul de la vitesse d'éjection et de la masse de carburant** Une fusée avec une masse initiale de 5 kg utilise un carburant avec une vitesse d'éjection  $v_e = 2500$  m/s.

- Calculez la masse de carburant nécessaire pour obtenir une variation de vitesse ( $\Delta v$ ) de 2000 m/s en utilisant la loi de Tsiolkovski.
- Quelle serait la masse finale de la fusée après l'éjection du carburant ?

**Exercice 2 : Analyse des types de carburant** Deux types de carburants sont utilisés pour une fusée :

- Carburant A :  $v_e = 2200$  m/s avec une masse de 3 kg.
- Carburant B :  $v_e = 1800$  m/s avec une masse de 4 kg.
- La masse initiale est de 10 kg, calculez la variation de vitesse pour chaque carburant.
- Quel carburant permettrait de maximiser la vitesse finale de la fusée ?
- Expliquez pourquoi un carburant avec une vitesse d'éjection plus faible mais une masse plus grande peut offrir des avantages dans certaines situations.

**Exercice 5 : Effet de la gravité sur la trajectoire d'une fusée** Une fusée est lancée verticalement avec une vitesse initiale de 50 m/s. En tenant compte de la gravité terrestre ( $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup>), calculez la hauteur maximale que la fusée atteindra avant de redescendre.

- Utilisez la formule  $h = \frac{v_0^2}{2g}$  pour calculer la hauteur.
- Que se passerait-il si la fusée était lancée sur Mars, où la gravité est  $g = 3.71$  m/s<sup>2</sup> ?

## Exercices avancés (facultatifs) : Approfondir pour aller plus loin

**Exercice 4 : Influence de la traînée aérodynamique sur la trajectoire** Une fusée à eau est lancée avec une vitesse initiale de 20 m/s dans un environnement avec une traînée aérodynamique proportionnelle à la vitesse au carré. Supposons que la résistance de l'air soit modélisée par  $F_{traînée} = cv^2$ , où  $c = 0.1$  kg/m.

- Quelle sera la vitesse de la fusée après 2 s ?
- Calculez la hauteur maximale atteinte, en tenant compte de la résistance de l'air.

**Exercice 5 : Optimisation de la trajectoire de vol** Une fusée est lancée à un angle de 45° avec une vitesse initiale de 30 m/s dans un environnement sans résistance de l'air. Calculez la distance horizontale maximale qu'elle parcourra avant de retomber au sol.

- Quelle est l'angle optimal pour maximiser la portée horizontale dans le cas où il y aurait une résistance de l'air ? Justifiez votre réponse par des considérations théoriques.

## Ultime défi : Optimisation d'une fusée avec forces et charge utile

Une fusée à carburant solide doit atteindre une vitesse finale de  $\Delta v = 4000$  m/s, avec une vitesse d'éjection du gaz  $v_e = 2500$  m/s. La masse initiale de la fusée est de  $m_i = 1500$  kg, et la fusée est soumise à une force gravitationnelle de  $F_g = 9.81 \times m_i$  pendant toute la montée. On considère que la masse du carburant s'éjecte de manière continue selon la loi de Tsiolkovski et que la résistance de l'air (modélisée par une force  $F_r = \frac{1}{2}C_d\rho Av^2$ ) doit être prise en compte avec  $C_d = 0.5$ ,  $\rho = 1.225$  kg/m<sup>3</sup> et  $A = 0.1$  m<sup>2</sup>.

- Calculez la masse finale  $m_f$  après l'éjection du carburant.
- Déterminez la charge utile maximale  $m_{CU}$  que la fusée peut transporter pour atteindre la vitesse  $\Delta v$  désirée, tout en considérant la résistance de l'air et la gravité.